APPLICAZIONE EQUAZIONE DI CONTINUITA'

L'equazione di continuità è utilizzata anche in diagnostica medica per riconoscere i restringimenti (detti «stenosi») dei vasi sanguigni. Con una tecnica chiamata flussimetria Doppler, si misura la velocità del sangue in diverse zone di un vaso sanguigno. Se si riscontra un aumento della velocità con cui scorre il sangue, significa che in quella zona c'è una diminuzione del diametro del vaso. Questa diminuzione è tanto maggiore quanto più grande è l'aumento di velocità.

In una persona in normali condizioni di salute la valvola aortica ha un raggio di circa 9 mm e la velocità del sangue in essa è 30 cm/s. Le prime conseguenze di una stenosi si manifestano quando si ha una riduzione di 1/4 della sezione della valvola rispetto la norma. Il culmine di gravità si ha quando la sezione aortica si riduce a 0,75 cm^2 o meno. Calcola:

- **la velocità del sangue nella regione in cui è presente la stenosi;**
- **la velocità del sangue nel caso di maggiore gravità.**

DATI

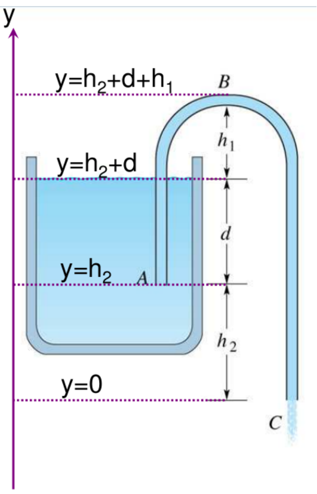
Raggio valvola aortica: $r_A = 9$ mm
Velocità del sangue: $v_A = 30$ cm/s
Riduzione sezione rispetto alla norma: 1/4
Sezione ridotta (limite): $S_C = 0,75$ cm^2

INCOGNITE

Velocità del sangue in presenza di stenosi: $v_B = ?$
Velocità del sangue in condizioni critiche: $v_C = ?$

ESERCIZIO SIFONE

Un sifone è uno strumento utile a rimuovere i liquidi dai contenitori. Funziona come illustrato in figura. Il tubo ABC deve essere inizialmente riempito; una volta fatto questo il liquido scorrerà attraverso il tubo fino a che il livello del liquido nel contenitore scende sotto l'apertura A del tubo. Il liquido ha densità ρ=1000kg/m^3 e viscosità trascurabile. Le distanze sono h_1=25cm, d=12cm e h_2=40cm. Con quale velocità emergerà il liquido dall'estremità C? Quale sarà la pressione del liquido nel punto più alto B? Teoricamente, qual è l'altezza h_1 massima alla quale un sifone può sollevare l'acqua?

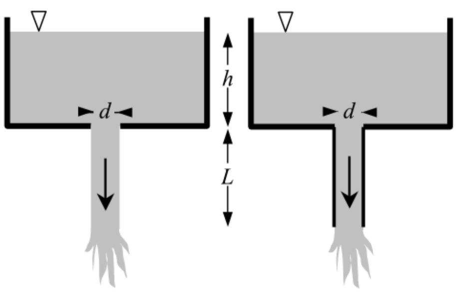


ESERCIZIO: SCARICO SUL FONDO DI UN SERBATORIO

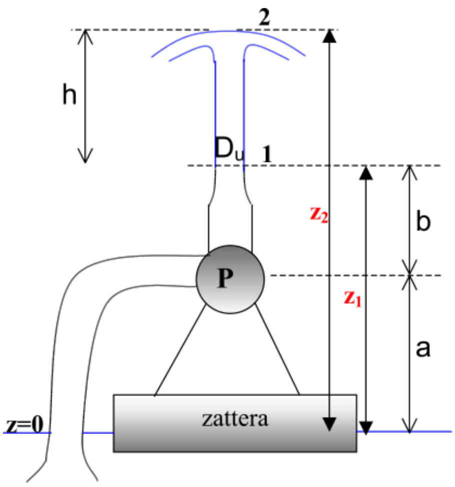
Si consideri un serbatoio dotato di un'apertura circolare di diametro *d*. Si vuole confrontare la portata uscente dal serbatoio nel caso in cui sia presente la sola apertura e nel caso in cui quest'ultima sia collegata ad un tubo verticale di lunghezza *L* (vedere la figura 4.1). Si consideri il fluido come ideale.

1. Determinare nei due casi la velocità del liquido ad una distanza verticale *L* dall'uscita del serbatoio, posto che il pelo libero del serbatoio sia posto ad un'altezza *h* rispetto al fondo. Trascurare l'abbassamento del pelo libero con lo svuotamento.
2. Qual è la velocità del liquido nella sezione di uscita del serbatoio nei due casi ?
3. Dedurne la portata uscente nell'uno e nell'altro caso. Qual è il dispositivo più efficace ?
4. Qual è la lunghezza massima che può avere il tubo di uscita senza che si produca cavitazione ? Quanto vale la portata per tale valore ?

DATI. : $h = 5$ m ; $d = 20$ cm ; pressione di vapore del liquido a 20°C = 2,34 kPa.



ESERCIZIO POTENZA POMPA FLUSSO VERTICALE

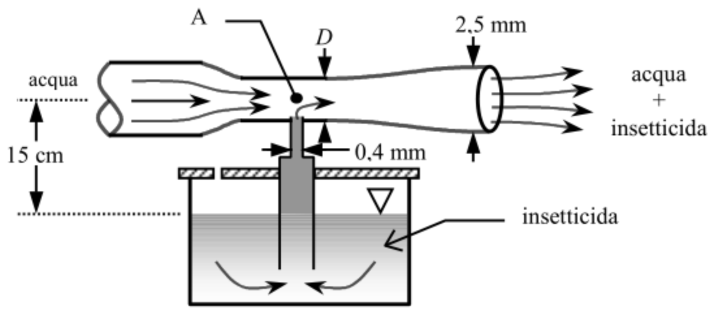


una pompa fissata a una zattera deve produrre un getto che raggiunga una quota h *sopra la sezione terminale del boccaglio di uscita ad asse verticale.*

determinare la portata Q *e la potenza* P *della pompa avente un rendimento del 75%. Dati:* h, a , b, D_u.

ESERCIZIO MISCELATORE

Il dispositivo rappresentato in figura 4.2 deve disperdere una miscela d'acqua e di insetticida. La portata di insetticida deve essere pari a Q_i = 75 ml.min^{-1} mentre la portata d'acqua è Q_a = 4 l.min^{-1}. Calcolare, in tali condizioni, il valore della pressione nel punto A e il diametro *D* del dispositivo.



Applichiamo l'equazione di Bernoulli tra un punto I situato nel condotto di estrazione dell'insetticida, all'altezza del pelo libero, e il punto A:

$$\frac{p_A}{\rho}+\frac{V_A^2}{2}+gH=\frac{p_I}{\rho}+\frac{V_I^2}{2}$$

dove *H* rappresenta la distanza tra il peo libero del serbatoio ed il punto A. Nell'ipotesi che l'insetticida nel serbatoio sia praticamente in quiete, $V_I \approx 0$ e l distribuzione delle pressioni è idrostatica, per cui la pressione p_I uguagli la pressione del pelo libero, ovvero quella atmosferica. La velocità dell'insetticida nel punto A, all'uscita del condotto di estrazione, può essere dedotta dalla portata di insetticida e dai dati geometrici del condotto:

$$Q_i = V_{A,i}\pi\frac{d^2}{4} \rightarrow V_{A,i}=9.95 \text{ m/s}$$

Pertanto, la pressione relativa del punto A è: p_A=-0.495 bar.
Calcoliamo la portata che fluisce attraverso il dispositivo. La portata uscente da quest'ultimo è la somma della portata di acqua più quella dell'insetticida. La velocità della miscela all'uscita del dispositivo può essere ricavata dalla relazione:

$$Q_i + Q_a = V_u\pi\frac{D_u^2}{4} \rightarrow V_u=13.8 \text{ m/s}$$

Se adesso applichiamo l'equazione di Bernoulli alla traiettoria di una particella d'acqua che si sposta da un punto subito a monte di A (dove il fluido che scorre nel dispositivo è solo acqua all'uscita, abbiamo:

$$\frac{p_A}{\rho}+\frac{V_{A,a}^2}{2}=\frac{p_u}{\rho}+\frac{V_u^2}{2},$$

e da questa possiamo ricavare la velocità dell'acqua subito a monte del punto A:

$$V_{A,a}=17.0 \text{ m/s}$$

Nota tale velocità, possiamo finalmente calcolare il diametro D dalla relazione:

$$Q_a = V_{A,a}\pi\frac{D^2}{4} \rightarrow D=2.23\text{mm.}$$

ESERCIZIO GALLERIA POMPAGGIO

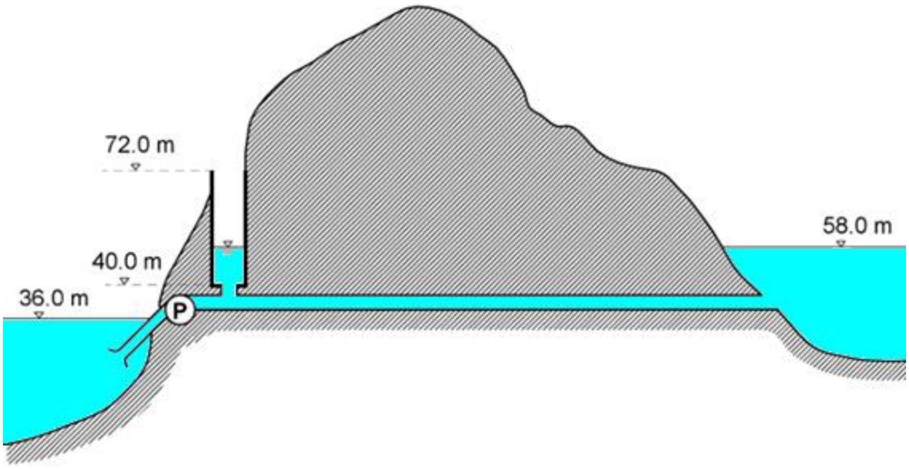
Calcolare la prevalenza della pompa e il dislivello nel pozzo piezometrico.

Nell'impianto di sollevamento la galleria di mandata è lunga L=1600 m con sezione circolare D=1.5 m.

Il pozzo piezometrico inserito a protezione della galleria è cilindrico con una area A =8.0 m2 .

La portata sollevata dalla pompa è pari a 2.5 m3 /s.

Assumere una rugosità superficiale pari a 0,15 mm.



ESERCIZIO SIFONE

Il sifone in Figura 5.1, di diametro $d = (0.2 + C_{pu}/100)$ m e con una strozzatura, è sostenuto da un galleggiante e scarica acqua con una portata $Q = (0.06 + C_u/100)$ m^3/s. L'area della sezione trasversale del serbatoio è pari a $A = 10$ m^2. Calcolare:

- il coefficiente ξ delle perdite di carico della strozzatura trascurando le perdite distribuite;
- la pressione nel vertice A;
- il tempo necessario per un abbassamento di livello nel serbatoio pari a 0.20 m.

◊ Si assuma un coefficiente di perdita di carico all'imbocco pari a $\xi_{imb} = 1.16$. Dati numerici: $H = 2.0$ m, $h = 1.5$ m.

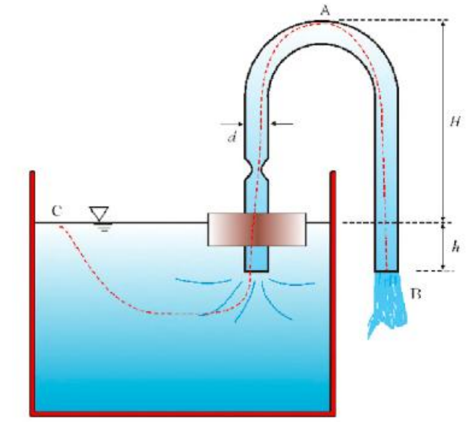


Figura 5.1. Schema del sifone su galleggiante

Soluzione

Il bilancio di energia lungo la traiettoria tra il punto C e la sezione di efflusso B, trascurando le perdite di carico distribuite, porta alla seguente relazione:

$$z_C + \cancel{\frac{p_C}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_C^2}{2g}} = z_B + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} + \xi_{sbocco}\frac{V_B^2}{2g} + \xi_{imb}\frac{V_B^2}{2g} + \xi\frac{V_B^2}{2g} \rightarrow$$

$$z_C - z_B \equiv h = \xi_{sbocco}\frac{V_B^2}{2g} + \xi_{imb}\frac{V_B^2}{2g} + \xi\frac{V_B^2}{2g}$$

dalla quale si calcola:

$$\xi = \frac{2gh}{V_B^2} - \xi_{imb} - \xi_{sbocco}.$$

La velocità media della corrente è pari a $V \equiv V_B = \frac{4Q}{\pi d^2}$.
Applicando il bilancio di energia tra il punto C e il vertice A risulta:

$$z_C + \cancel{\frac{p_C}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_C^2}{2g}} - (\xi + \xi_{imb})\frac{V^2}{2g} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

e, quindi:

$$p_A = -\gamma\left[z_A - z_C + (\xi + 1 + \xi_{imb})\frac{V^2}{2g}\right] \equiv -\gamma(H + h).$$

Poiché il carico disponibile h è costante, la portata è costante e il tempo necessario per l'abbassamento del pelo libero nel serbatoio di un valore δ è pari al rapporto tra il volume d'acqua corrispondente e la portata:

$$\Delta t = \frac{A\delta}{Q}.$$

Per $C_u = C_{pu} = 0$ risulta:
$d = 0.2$ m, $Q = 0.06$ m^3/s, $A = 10$ m^2, $H = 2.0$ m, $h = 1.5$ m, $\delta = 0.20$ m

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 0.06}{\pi \times 0.2^2} = 1.91 \text{ m/s}$$

$$\xi = \frac{2gh}{V_B^2} - \xi_{imb} - \xi_{sbocco} = \frac{2 \times 9.806 \times 1.5}{1.91^2} - 2.16 = 5.90$$

$$p_A = -\gamma(H + h) = -9806 \times (2 + 1.5) = -34.3 \text{ kPa}$$

$$\Delta t = \frac{A\delta}{Q} = \frac{10 \times 0.2}{0.06} = 33.3 \text{ s.}$$